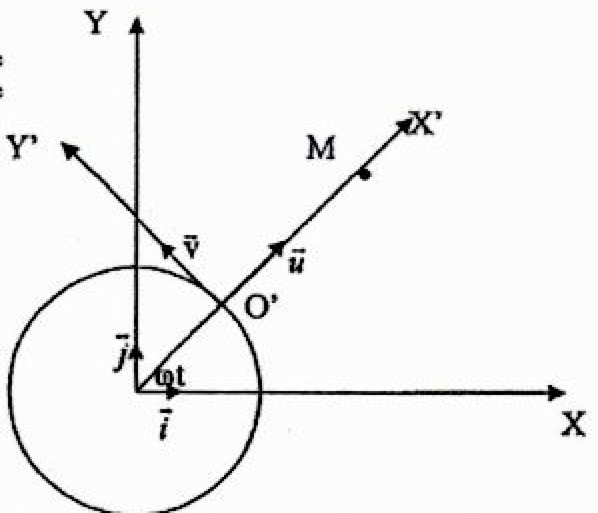
UNIVERSITE ABDELMALEK ESSADI
Ecoles National des Sciences Appliqués
Tétouan

Année universitaire 2010/2011
1ère année CP

TD de mécanique (Série 3)

Exercice 1

Dans le plan fixe OXY, on considère un système d'axe O'X'Y' tel que O' décrit un mouvement circulaire autour de O à la vitesse angulaire constante ω.



1. a- Exprimer $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

   b- Déterminer leurs dérivées temporelles respectives par rapport à R (O, X, Y)

   c- Montrer que $\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_R$ et $\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R$ peuvent s'écrire sous la forme de produits vectoriels.

2. Un point M mobile sur l'axe OX' est repéré par O'M = ρ. On appelle mouvement relatif de M son mouvement par rapport à R'(O', X', Y') et mouvement absolu son mouvement par rapport à R(O, X, Y).

En dérivant le vecteur $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ dans le repère fixe R établir la loi de composition des vitesse ($\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$).

Exercice 2

Un point M repéré dans le plan par ses coordonnées polaire (ρ, θ) se déplace sur une courbe telle que θ=ωt et $\rho=\rho_0 e^{at}$ (w, ρ_0, a étant des constantes, t le temps).

1. Exprimer les composantes V_ρ et V_θ du vecteur vitesse $\vec{V}$.
2. Trouver de même les composantes γ_ρ et γ_θ du vecteur accélération $\vec{\gamma}$.
3. τ et η désignent les vecteurs unitaires respectivement tangent et normal à la courbe en M. Ecrire l'expression vectorielle de la vitesse $\vec{V}$ par rapport à ces vecteurs unitaires. Trouver la composante tangentielle γ_τ et normale γ_η du vecteur accélération $\vec{\gamma}$.
4. En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire.
5. On repère le mouvement de M dans un système de coordonnée en rotation à vitesse angulaire constante w par rapport au système polaire initial. cartésienne fixe.
6. Utilisant les relations de composition des vitesses et des accélérations, retrouver les résultats des questions a) et b).

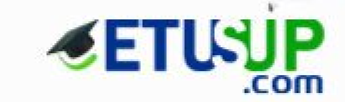
Exercice 3

Les coordonnées d'un point matériel M, sont dans un repère R_1 (O', X_1, Y_1, Z_1), en fonction du temps : $x_1 = t^2 + 3t$; $y_1 = 2t$; $z_1 = -t^3$

Ce repère est en mouvement de translation uniforme de vecteur vitesse $\vec{v}_e\ (-3, 0, 5)$ par rapport un repère R (O, X, Y, Z). Calculer les coordonnées de M dans le repère R sachant qu'à l'instant t = 0, O' est au point (0 ,1 ,0) de R.

Exercice 4

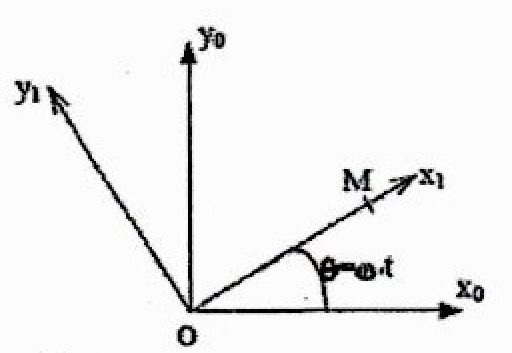
On considère un point M initialement immobile en O se déplaçant sur l'axe OY à accélération constante. Quelle est sa trajectoire vue par un observateur qui parcourt l'axe OX à vitesse constante V_0.



UNIVERSITE ABDELMALEK ESSADI
Ecoles National des Sciences Appliqués
Tétouan

Année universitaire 2010/2011
1ère année CP

Exercice 5



Un référentiel R_1 est en mouvement de rotation avec une vitesse angulaire ω constante par rapport à un référentiel R_0 autour d'un axe Oz perpendiculaire au plan de la figure. Un point M est mobile sur l'axe Ox_1 de R_1 suivant la loi:

$$\overline{OM} = \rho(t)\vec{i}_1 \text{ avec } \rho(t) = \rho_0 \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2}$$

à l'instant t=0 les axes Ox_0 et Ox_1 sont confondus.

1. Déterminez, en fonction de ρ_0 et de ω la vitesse relative $\vec{V}_r$ de M.
2. Déterminez la vitesse d'entraînement $\vec{V}_e$ de M. En déduire la vitesse absolue V_a de M.



3. Déterminez les accélérations relative $\vec{\gamma}_r$, d'entraînement $\vec{\gamma}_e$ et complémentaire $\vec{\gamma}_c$. Déduire l'accélération absolue $\vec{\gamma}_a$.
4. Tracer sur une figure les différents vecteurs vitesse et les différents vecteurs accélération.



Exercice 6

Dans le plan Oxy, un cercle de diamètre OA tourne à la vitesse angulaire constante ω autour du point O. On lie à son centre (mobile) O' deux axes rectangulaires O'x', O'y' ; l'axe O'x' est dirigé suivant OA. A l'instant initial, A est sur Ox (Ox et ox' sont colinéaires). Un point M, initialement en A, parcourt la circonférence dans le même sens et la même vitesse angulaire du cercle.

1- Calculer directement les composantes des vecteurs vitesse et accélération de M par rapport au référentiel lié à Oxy (en dérivant les composantes de vecteur position).
2- Calculer les composantes de la vitesse et de l'accélération de M par rapport au référentiel lié à O'x'y'.
3- Calculer la vitesse d'entraînement, l'accélération d'entraînement et l'accélération complémentaire. Montrer qu'en appliquant les lois de composition des vitesses et des accélérations, on retrouve les résultats de la première question.

Exercice 7

Un disque de rayon R tourne uniformément autour de son axe à la vitesse angulaire w constante dans le sens horaire. Son centre C se déplace sur la droite horizontale z = R, à la vitesse constante V. Soit $\mathfrak{R}$ le référentiel fixe (O ; x , z) et $\mathfrak{R}$' le référentiel (C ; x' , z').
A est un point du cercle repéré par l'angle θ = (Cz' , CA).

1- Exprimer, dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_z)$,les vecteurs vitesse et accélération de A par rapport à $\mathfrak{R}$'.
2- Exprimer, dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_z)$, les vecteurs vitesse et accélération de A par rapport à $\mathfrak{R}$.
3- Quelle vitesse faut-il donner à C pour que le point B (point du rencontre entre le cercle et Ox) ait une vitesse nulle par rapport à $\mathfrak{R}$?.
4- Déterminer les équations x(θ) et z (θ) de la trajectoire sachant que pour θ = 0, A et C sont sur l'axe (Oz).


ETUSUP.com